**ANÁLISIS NUMÉRICO BÁSICO CON PYTHON V4.4**

**Código de la instrumentación computacional en lenguaje Python**

**3.1.5 Instrumentación computacional del método de la Bisección**

**def biseccion(f, a, b, e):**

**while b-a>=e:**

**c=(a+b)/2**

**if f(c)==0:**

**return c**

**else:**

**if f(a)\*f(c)>0:**

**a=c**

**else:**

**b=c**

**return c**

**Instrumentación alternativa usando el tipo simbólico de la librería SymPy de Python**

**from sympy import\***

**def biseccions(f,v,a,b,e):**

**while b-a>=e:**

**c=(a+b)/2**

**if f.subs(v,c)==0:**

**return c**

**else:**

**if f.subs(v,a)\*f.subs(v,c)>0:**

**a=c**

**else:**

**b=c**

**return c**

**3.3.6 Instrumentación computacional del método de Newton**

**from sympy import\***

**def newton(f, v, u, e, m):**

**g=v-f/diff(f,v)**

**for i in range(m):**

**r=float(g.subs(v,u))**

**if abs(r-u)<e:**

**return r**

**u=r**

**return None**

**3.5.4 Instrumentación computacional del método de Newton para un sistema de n**

**ecuaciones no-lineales**

**import numpy as np**

**import sympy as sp**

**#Resolución de Sistemas no lineales**

**def snewton(F, V, U):**

**n=len(F)**

**J=np.zeros([n,n],dtype=sp.Symbol)**

**T=list(np.copy(F))**

**for i in range(n): #Construir J**

**for j in range(n):**

**J[i][j]=sp.diff(F[i],V[j])**

**for i in range(n): #Evaluar J**

**for j in range(n):**

**for k in range(n):**

**J[i][j]=J[i][j].subs(V[k],float(U[k]))**

**for i in range(n): #Evaluar F**

**for j in range(n):**

**T[i]=T[i].subs(V[j],float(U[j]))**

**J=np.array(J,float)**

**T=np.array(T,float)**

**U=U-np.dot(np.linalg.inv(J),T) #Nuevo vector U**

**return U**

**3.6.4 Instrumentación computacional del algoritmo del gradiente de máximo descenso**

**#Método del gradiente de máximo descenso**

**from sympy import\***

**from sympy.plotting import\***

**import numpy as np**

**def obtener\_gradiente(f,v):**

**n=len(v)**

**g=[]**

**for i in range(n):**

**d=diff(f,v[i])**

**g=g+[d]**

**return g**

**def evaluar\_gradiente(g,v,u):**

**n=len(v)**

**c=[]**

**for i in range(n):**

**t=g[i]**

**for j in range(n):**

**t=t.subs(v[j],u[j])**

**c=c+[float(t)]**

**return c**

**def magnitud\_del\_gradiente(c):**

**norma=sqrt(np.dot(c,c))**

**return norma**

**def gradiente\_normalizado(c):**

**norma=magnitud\_del\_gradiente(c)**

**t=list(np.array(c)/norma)**

**cn=[]**

**for i in range(len(c)):**

**cn=cn+[float(t[i])]**

**return cn**

**def evaluar\_solucion(f,v,u):**

**fm=f.subs(v[0],u[0])**

**for i in range(1,len(v)):**

**fm=fm.subs(v[i],u[i])**

**return fm**

**def calcular\_paso(f,g,v,u):**

**c=evaluar\_gradiente(g,v,u)**

**cn=gradiente\_normalizado(c)**

**t=Symbol('t')**

**xt=[]**

**for i in range(len(v)):**

**xt=xt+[float(u[i])-t\*float(cn[i])]**

**fs=f.subs(v[0],xt[0])**

**for i in range(1,len(v)):**

**fs=fs.subs(v[i],xt[i])**

**df=diff(fs,t)**

**ddf=diff(df,t)**

**s=1**

**for i in range(5):**

**s=s-float(df.subs(t,s))/float(ddf.subs(t,s))**

**return s**

**def metodo\_gradiente(f,v,u,e,m,imp=0):**

**u0=u.copy()**

**g=obtener\_gradiente(f,v)**

**for k in range(m):**

**c=evaluar\_gradiente(g,v,u0)**

**norma=magnitud\_del\_gradiente(c)**

**if norma<e:**

**fm=evaluar\_solucion(f,v,u0)**

**return u0,fm**

**s=calcular\_paso(f,g,v,u0)**

**cn=gradiente\_normalizado(c)**

**uk=[]**

**for i in range(len(c)):**

**uk=uk+[float(u0[i])-s\*float(cn[i])]**

**u0=uk.copy()**

**if imp>0:**

**print('k=',k+1,' s=',s,' vector=',u0)**

**return [],None**

**4.2.4 Instrumentación computacional del método de Gauss-Jordan básico**

**#Solución de un sistema lineal: Gauss-Jordan básico**

**import numpy as np**

**def gaussjordan1(a,b):**

**n=len(b)**

**c=np.concatenate([a,b],axis=1)** #matriz aumentada

**for e in range(n):**

**t=c[e,e]**

**for j in range(e,n+1):**

**c[e,j]=c[e,j]/t** #Normalizar fila e

**for i in range(n):**

**if i!=e:**

**t=c[i,e]**

**for j in range(e,n+1):**

**c[i,j]=c[i,j]-t\*c[e,j]** #Reducir otras filas

**x=c[:,n]**

**return x**

Instrumentación del algoritmo Gauss-Jordan usando notación implícita de índices

**#Solución de un sistema lineal: Gauss-Jordan básico**

**import numpy as np**

**def gaussjordan1(a,b):**

**n=len(b)**

**c=np.concatenate([a,b],axis=1)** #Matriz aumentada

**for e in range(n):**

**c[e,e:]=c[e,e:]/c[e,e]** #Normalizar fila e

**for i in range(n):**

**if i!=e:**

**c[i,e:]=c[i,e:]-c[i,e]\*c[e,e:]** #Reducir otras filas

**x=c[:,n]**

**return x**

**4.3.4 Instrumentación computacional de método de Gauss básico**

**#Solución de un sistema lineal: Gauss básico**

**import numpy as np**

**def gauss1(a,b):**

**n=len(b)**

**c=np.concatenate([a,b],axis=1) #matriz aumentada**

**for e in range(n):**

**t=c[e,e]**

**for j in range(e,n+1): #Normalizar fila e**

**c[e,j]=c[e,j]/t**

**for i in range(e+1,n): #Reducir filas debajo**

**t=c[i,e]**

**for j in range(e,n+1):**

**c[i,j]=c[i,j]-t\*c[e,j]**

**x=np.zeros([n,1]) #Celdas para el vector X**

**x[n-1]=c[n-1,n]**

**for i in range(n-2,-1,-1): #Sistema triangular**

**s=0**

**for j in range(i+1,n):**

**s=s+c[i,j]\*x[j]**

**x[i]=c[i,n]-s**

**return x**

Instrumentación del método de Gauss básico usando notación implícita de índices

**#Solución de un sistema lineal: Gauss básico**

**import numpy as np**

**def gauss1(a,b):**

**n=len(b)**

**c=np.concatenate([a,b],axis=1)** #Matriz aumentada

**for e in range(n):**

**c[e,e:]=c[e,e:]/c[e,e]** #Normalizar fila e

**for i in range(e+1,n):**

**c[i,e:]=c[i,e:]-c[i,e]\*c[e,e:]** #Reducir filas debajo

**x=np.zeros([n])**

**x[n-1]=c[n-1,n]**

**for i in range(n-2,-1,-1):** #Sistema triangular

**x[i]=c[i,n]-np.dot(x[i+1:n],c[i,i+1:n])**

**return x**

**4.3.7 Instrumentación computacional del método de Gauss con pivoteo**

**#Solución de un sistema lineal: Gauss con pivoteo**

**import numpy as np**

**def gauss(a,b):**

**n=len(b)**

**c=np.concatenate([a,b],axis=1) #Matriz aumentada**

**for e in range(n):**

**p=e**

**for i in range(e+1,n): #Pivoteo**

**if abs(c[i,e])>abs(c[p,e]):**

**p=i**

**for j in range(e,n+1): #Intercambio de filas**

**t=c[e,j]**

**c[e,j]=c[p,j]**

**c[p,j]=t**

**t=c[e,e]**

**if abs(t)<1e-20: #Sistema singular**

**return []**

**c[e,e:]=c[e,e:]/c[e,e]** #Normalizar fila e

**for i in range(e+1,n):**

**c[i,e:]=c[i,e:]-c[i,e]\*c[e,e:]** #Reducir filas debajo

**x=zeros([n])**

**x[n-1]=c[n-1,n]**

**for i in range(n-2,-1,-1):** #Sistema triangular

**x[i]=c[i,n]-np.dot(x[i+1:n],c[i,i+1:n])**

**return x**

**4.6.2 Instrumentación computacional del Método de Thomas**

**def tridiagonal(a, b, c, d):**

**n=len(d)**

**w=[b[0]]**

**g=[d[0]/w[0]]**

**for i in range(1,n):**

**w=w+[b[i]-a[i]\*c[i-1]/w[i-1]]**

**g=g+[(d[i]-a[i]\*g[i-1])/w[i]]**

**x=[]**

**for i in range(n):**

**x=x+[0]**

**x[n-1]=g[n-1]**

**for i in range(n-2,-1,-1):**

**t=x[i+1]**

**x[i]=g[i]-c[i]\*t/w[i]**

**return x**

**5.1.2 Manejo computacional de la fórmula de Jacobi**

**def jacobi(a,b,x):**

**n=len(x)**

**t=x.copy()**

**for i in range(n):**

**s=0**

**for j in range(n):**

**if i!=j:**

**s=s+a[i,j]\*t[j]**

**x[i]=(b[i]-s)/a[i,i]**

**return x**

**5.1.4 Instrumentación computacional del método de Jacobi**

**from jacobi import\***

**import numpy as np**

**def jacobim(a,b,x,e,m):**

**n=len(x)**

**t=x.copy()**

**for k in range(m):**

**x=jacobi(a,b,x)**

**d=np.linalg.norm(array(x)-array(t),inf)**

**if d<e:**

**return [x,k]**

**else:**

**t=x.copy()**

**return [[],m]**

**5.2.2 Manejo computacional de la fórmula de Gauss-Seidel**

**def gaussseidel(a,b,x):**

**n=len(x)**

**for i in range(n):**

**s=0**

**for j in range(n):**

**if i!=j:**

**s=s+a[i,j]\*x[j]**

**x[i]=(b[i]-s)/a[i,i]**

**return x**

**5.2.3 Instrumentación computacional del método de Gauss-Seidel**

**from gaussseidel import\***

**import numpy as np**

**def gaussseidelm(a,b,x,e,m):**

**n=len(x)**

**t=x.copy()**

**for k in range(m):**

**x=gaussseidel(a,b,x)**

**d=np.linalg.norm(array(x)-array(t),inf)**

**if d<e:**

**return [x,k]**

**else:**

**t=x.copy()**

**return [[],m]**

**5.7 Instrumentación del método de Gauss-Seidel con el radio espectral**

**from numpy import\***

**def gs(A,B,E):**

**n=len(B)**

**D=diag(diag(A))**

**LD=tril(A)**

**U=triu(A)-D**

**C=dot(linalg.inv(LD),B)**

**T=-dot(linalg.inv(LD),U)**

**[val,vec]=linalg.eig(T)**

**ro=max(abs(val))**

**if ro>=1: #No converge**

**return [[],0,ro]**

**X0=ones([n,1],float) #Vector inicial**

**i=1**

**while True:**

**X1=C+dot(T,X0)**

**if linalg.norm(X1-X0,inf)<E:**

**return[X1,i,ro]**

**i=i+1**

**X0=X1.copy()**

**6.2.3 Instrumentación computacional del método de Lagrange**

**from sympy import\***

**def lagrange(x,y,u=None):**

**n=len(x)**

**t=Symbol('t')**

**p=0**

**for i in range(n):**

**L=1**

**for j in range(n):**

**if j!=i:**

**L=L\*(t-x[j])/(x[i]-x[j])**

**p=p+y[i]\*L**

**p=expand(p)**

**if u==None:**

**return p**

**elif type(u)==list:**

**v=[]**

**for i in range(len(u)):**

**v=v+[p.subs(t,u[i])]**

**return v**

**else:**

**return p.subs(t,u)**

**6.11.3 Instrumentación computacional del trazador cúbico natural**

**import numpy as np**

**from sympy import\***

**def trazador\_natural(x,y,z=[]):**

**n=len(x)**

**h=np.zeros([n-1])**

**A=np.zeros([n-2,n-2]);B=np.zeros([n-2]);S=np.zeros([n])**

**a=np.zeros([n-1]);b=np.zeros([n-1]);c=np.zeros([n-1]);d=np.zeros([n-1])**

**if n<3:**

**T=[]**

**return**

**for i in range(n-1):**

**h[i]=x[i+1]-x[i]**

**A[0,0]=2\*(h[0]+h[1]) #Armar el sistema**

**A[0,1]=h[1]**

**B[0]=6\*((y[2]-y[1])/h[1]-(y[1]-y[0])/h[0])**

**for i in range(1,n-3):**

**A[i,i-1]=h[i]**

**A[i,i]=2\*(h[i]+h[i+1])**

**A[i,i+1]=h[i+1]**

**B[i]=6\*((y[i+2]-y[i+1])/h[i+1]-(y[i+1]-y[i])/h[i])**

**A[n-3,n-4]=h[n-3]**

**A[n-3,n-3]=2\*(h[n-3]+h[n-2])**

**B[n-3]=6\*((y[n-1]-y[n-2])/h[n-2]-(y[n-2]-y[n-3])/h[n-3])**

**r=np.linalg.solve(A,B) #Resolver el sistema**

**for i in range(1,n-1):**

**S[i]=r[i-1]**

**S[0]=0**

**S[n-1]=0**

**for i in range(n-1):**

**a[i]=(S[i+1]-S[i])/(6\*h[i])**

**b[i]=S[i]/2**

**c[i]=(y[i+1]-y[i])/h[i]-(2\*h[i]\*S[i]+h[i]\*S[i+1])/6**

**d[i]=y[i]**

**try:**

**if len(z)==0: #Detecta si es un vector**

**pass**

**except TypeError:**

**z=[z] #Vector con un número**

**if len(z)==0: #Construir el trazador**

**t=Symbol('t')**

**T=[]**

**for i in range(n-1):**

**p=expand(a[i]\*(t-x[i])\*\*3+b[i]\*(t-x[i])\*\*2+c[i]\*(t-x[i])+d[i])**

**T=T+[p]**

**return T**

**else: #Evaluar el trazador**

**m=len(z)**

**q=np.zeros([m])**

**for k in range(m):**

**t=z[k]**

**for i in range(n-1):**

**if t>=x[i] and t<=x[i+1]:**

**q[k]=a[i]\*(t-x[i])\*\*3+b[i]\*(t-x[i])\*\*2+c[i]\*(t-x[i])+d[i]**

**if m>2:**

**k=m-1**

**i=n-2**

**q[k]=a[i]\*(t-x[i])\*\*3+b[i]\*(t-x[i])\*\*2+c[i]\*(t-x[i])+d[i]**

**if len(q)==1:**

**return q[0] #Retorna un valor**

**else:**

**return q #Retorna un vector**

**6.11.6 Instrumentación computacional del trazador cúbico sujeto**

**import numpy as np**

**from sympy import\***

**def trazador\_sujeto(x,y,u,v,z=[]):**

**n=len(x)**

**h=np.zeros([n-1])**

**A=np.zeros([n,n]);B=np.zeros([n]);S=np.zeros([n-1])**

**a=np.zeros([n-1]);b=np.zeros([n-1]);c=np.zeros([n-1]);d=np.zeros([n-1])**

**if n<3:**

**T=[]**

**return**

**for i in range(n-1):**

**h[i]=x[i+1]-x[i]**

**A[0,0]=-h[0]/3**

**A[0,1]=-h[0]/6**

**B[0]=u-(y[1]-y[0])/h[0]**

**for i in range(1,n-1):**

**A[i,i-1]=h[i-1]**

**A[i,i]=2\*(h[i-1]+h[i])**

**A[i,i+1]=h[i]**

**B[i]=6\*((y[i+1]-y[i])/h[i]-(y[i]-y[i-1])/h[i-1])**

**A[n-1,n-2]=h[n-2]/6**

**A[n-1,n-1]=h[n-2]/3**

**B[n-1]=v-(y[n-1]-y[n-2])/h[n-2]**

**S=np.linalg.solve(A,B)**

**for i in range(n-1):**

**a[i]=(S[i+1]-S[i])/(6\*h[i])**

**b[i]=S[i]/2**

**c[i]=(y[i+1]-y[i])/h[i]-(2\*h[i]\*S[i]+h[i]\*S[i+1])/6**

**d[i]=y[i]**

**try:**

**if len(z)==0:**

**pass**

**except TypeError:**

**z=[z]**

**if len(z)==0:**

**t=Symbol('t')**

**T=[]**

**for i in range(n-1):**

**p=expand(a[i]\*(t-x[i])\*\*3+b[i]\*(t-x[i])\*\*2+c[i]\*(t-x[i])+d[i])**

**T=T+[p]**

**return T**

**else:**

**m=len(z)**

**q=np.zeros([m])**

**for k in range(m):**

**t=z[k]**

**for i in range(n-1):**

**if t>=x[i] and t<=x[i+1]:**

**q[k]=a[i]\*(t-x[i])\*\*3+b[i]\*(t-x[i])\*\*2+c[i]\*(t-x[i])+d[i]**

**if m>2:**

**k=m-1**

**i=n-2**

**q[k]=a[i]\*(t-x[i])\*\*3+b[i]\*(t-x[i])\*\*2+c[i]\*(t-x[i])+d[i]**

**if len(q)==1:**

**return q[0]**

**else:**

**return q**

**6.11.11 Instrumentación computacional del trazador cúbico paramétrico cerrado**

**import numpy as np**

**from sympy import\***

**def trazador\_cerrado(z,u,s=[]):**

**n=len(z)**

**h=np.zeros([n-1])**

**A=np.zeros([n-1,n-1]);B=np.zeros([n-1]);S=np.zeros([n])**

**a=np.zeros([n-1]);b=np.zeros([n-1]);c=np.zeros([n-1]);d=np.zeros([n-1])**

**if n<3:**

**T=[]**

**return**

**for i in range(n-1):**

**h[i]=z[i+1]-z[i]**

**A[0,0]=-1/3\*(h[0]+h[n-2])** #Construir el sistema de ecuaciones

**A[0,1]=-1/6\*h[0]**

**A[0,n-2]=-1/6\*h[n-2]**

**B[0]=-(u[1]-u[0])/h[0]+(u[n-1]-u[n-2])/h[n-2]**

**for i in range(1,n-2):**

**A[i,i-1]=h[i-1]**

**A[i,i]=2\*(h[i-1]+h[i])**

**A[i,i+1]=h[i]**

**B[i]=6\*((u[i+1]-u[i])/h[i]-(u[i]-u[i-1])/h[i-1])**

**A[n-2,0]=h[n-2]**

**A[n-2,n-3]=h[n-3]**

**A[n-2,n-2]=2\*(h[n-3]+h[n-2])**

**B[n-2]=6\*((u[n-1]-u[n-2])/h[n-2]-(u[n-2]-u[n-3])/h[n-3])**

**r=np.linalg.solve(A,B)** #Resolver el sistema

**for i in range(n-1):**

**S[i]=r[i]**

**S[n-1]=r[0]**

**for i in range(n-1):** #Coeficientes de los polinomios

**a[i]=(S[i+1]-S[i])/(6\*h[i])**

**b[i]=S[i]/2**

**c[i]=(u[i+1]-u[i])/h[i]-(2\*h[i]\*S[i]+h[i]\*S[i+1])/6**

**d[i]=u[i]**

**try:**

**if len(s)==0:** #Detecta si es un vector

**pass**

**except TypeError:**

**s=[s]**

**if len(s)==0:** #Construir el trazador

**t=Symbol('t')**

**T=[]**

**for i in range(n-1):**

**p=expand(a[i]\*(t-z[i])\*\*3+b[i]\*(t-z[i])\*\*2+c[i]\*(t-z[i])+d[i])**

**T=T+[p]**

**return T** #Retorna los polinomios

**else:** #Evaluar el trazador

**m=len(s)**

**q=np.zeros([m])**

**for k in range(m):**

**t=s[k]**

**for i in range(n-1):**

**if t>=z[i] and t<=z[i+1]:**

**q[k]=a[i]\*(t-z[i])\*\*3+b[i]\*(t-z[i])\*\*2+c[i]\*(t-z[i])+d[i]**

**if m>2:**

**k=m-1**

**i=n-2**

**q[k]=a[i]\*(t-z[i])\*\*3+b[i]\*(t-z[i])\*\*2+c[i]\*(t-z[i])+d[i]**

**if len(q)==1:**

**return q[0]** #Retorna un valor

**else:**

**return q** #Retorna un vector

**7.1.3 Instrumentación computacional de la fórmula de los trapecios**

**def trapecios(f,a,b,m):**

**h=(b-a)/m**

**s=0**

**for i in range(1,m):**

**s=s+f(a+i\*h)**

**r=h/2\*(f(a)+2\*s+f(b))**

**return r**

**7.1.6 Instrumentación computacional de la fórmula de Simpson**

**def simpson(f, a, b, m):**

**h=(b-a)/m**

**s=0**

**x=a**

**for i in range (1,m):**

**s=s+2\*(i%2+1)\*f(x+i\*h)** #Coeficientes 4, 2, 4, 2, ...

**s=h/3\*(f(a)+s+f(b))**

**return s**

**7.1.12 Cálculo de la longitud del arco usando el Trazador Cúbico paramétrico**

**# Cálculo de la longitud de un arco con**

**# ecuaciones paramétricas con variable v, parámetro s**

**from sympy import\***

**def arco(Tx,Ty,v,s):**

**n=len(Tx)**

**r=0**

**for i in range(n):**

**x=Tx[i]**

**dx=diff(x,v)**

**y=Ty[i]**

**dy=diff(y,v)**

**r=r+integrate(sqrt(dx\*\*2+dy\*\*2),(v,s[i],s[i+1]))**

**return float(r)**

**# Fórmula de Simpson con f simbólica, variable v, y m franjas**

**def simpsons(f, v, a, b, m):**

**h=(b-a)/m**

**s=0**

**for i in range (1,m):**

**s=s+2\*(i%2+1)\*f.subs(v,a+i\*h)**

**s=h/3\*(f.subs(v,a)+s+f.subs(v,b))**

**return s**

**# Cálculo de la longitud de un arco con ecuaciones**

**# paramétricas Tx, Ty, con variable v, parámetro s, y m franjas**

**from simpsons import\***

**from sympy import\***

**def arco(Tx,Ty,v,s,m):**

**n=len(Tx)**

**r=0**

**for i in range(n):**

**x=Tx[i]**

**dx=diff(x,v)**

**y=Ty[i]**

**dy=diff(y,v)**

**f=sqrt(dx\*\*2+dy\*\*2)**

**r=r+simpsons(f,v,s[i],s[i+1],m)**

**return r**

**7.3.2 Instrumentación computacional de la cuadratura de Gauss**

**from math import\***

**def cgauss(f,a,b):**

**t0=-(b-a)/2\*1/sqrt(3)+(b+a)/2**

**t1= (b-a)/2\*1/sqrt(3)+(b+a)/2**

**s = (b-a)/2\*(f(t0) + f(t1))**

**return s**

**7.3.3 Instrumentación extendida de la cuadratura de Gauss**

**from cgauss import\***

**def cgaussm(f,a,b,m):**

**h=(b-a)/m**

**s=0**

**x=a**

**for i in range(m):**

**a=x+i\*h**

**b=x+(i+1)\*h**

**s=s+cgauss(f,a,b)**

**return s**

**7.6.1 Instrumentación computacional de la fórmula de Simpson en dos direcciones**

**from sympy import\***

**from simpson import\***

**def simpson2(f,ax,bx,ay,by,mx,my):**

**x=Symbol('x')**

**dy=(by-ay)/my**

**v=ay**

**r=[]**

**for i in range (0,my+1):**

**def g(x): return f(x,v)**

**u=simpson(g,ax,bx,mx)**

**r=r+[u]**

**v=v+dy**

**s=0**

**for i in range(1,my):**

**s=s+2\*(2-(i+1)%2)\*r[i]**

**s=dy/3\*(r[0]+s+r[my])**

**return s**

**7.8 Cálculo aproximado del área de figuras cerradas en el plano**

**from sympy import\***

**def green(Tx,Ty,s):**

# Cálculo del área de una región cerrada

# con el teorema de Green

**t=Symbol('t')**

**n=len(Tx)**

**r=0**

**for i in range(n):**

**x=Tx[i]**

**dx=diff(x,t)**

**y=Ty[i]**

**dy=diff(y,t)**

**r=r+integrate(x\*dy-y\*dx,(t,s[i],s[i+1]))**

**return 0.5\*r**

**9.1.1 Método de la serie de Taylor**

**Instrumentación computacional del método de la Serie de Taylor**

**import numpy as np**

**def taylor3(f,df,x,y,h,m):**

**u=np.zeros([m,2])** #Iniciar la matriz u con mx2 ceros

**for i in range(m):**

**y=y+h\*f(x,y)+h\*\*2/2\*df(x,y)**

**x=x+h**

**u[i,0]=x** #La primera columna almacena x

**u[i,1]=y** #La segunda columna almacena y

**return u**

**9.1.2 Obtención de derivadas de funciones implícitas**

**import sympy as sp**

**x,y=sp.symbols('x,y')**

**def derive(f,nd):**

**t=f**

**for j in range(1,nd+1):**

**d=sp.diff(f.subs(y,y(x)),x)**

**f=d.subs(sp.Derivative(y(x),x),t).subs(y(x),y)**

**return f**

**9.1.3 Instrumentación de un método general para resolver una E.D.O con la serie**

**de Taylor**

**from derive import \***

**import numpy as np**

**import sympy as sp**

**x,y=sp.symbols('x,y')**

**def taylorg(f,a,b,h,m,k):**

**u=np.zeros([m,2])**

**D=[ ]**

**for j in range(1,k+1):**

**D=D+[derive(f,j)] #Vector de derivadas simbólicas**

**for i in range(m):**

**g=f.subs(x,a).subs(y,b)**

**t=b+h\*g**

**for j in range(1,k+1):**

**z=D[j-1].subs(x,a).subs(y,b)**

**t=float(t+h\*\*(j+1)/sp.factorial(j+1)\*z)** #Evaluar Taylor

**b=t**

**a=a+h**

**u[i,0]=a**

**u[i,1]=b**

**return u**

**Instrumentación computacional de la fórmula de Euler**

**import numpy as np**

**def euler(f,x,y,h,m):**

**u=np.zeros([m,2])**

**for i in range(m):**

**y=y+h\*f(x,y)**

**x=x+h**

**u[i,0]=x**

**u[i,1]=y**

**return u**

**Instrumentación computacional de la fórmula de Heun**

**import numpy as np**

**def heun(f,x,y,h,m):**

**u=np.zeros([m,2],dtype=float)**

**for i in range(m):**

**yn=y+h\*f(x,y)**

**y=y+h/2\*(f(x,y)+f(x+h,yn))**

**x=x+h**

**u[i,0]=x**

**u[i,1]=y**

**return u**

**Instrumentación computacional de la fórmula de Runge-Kutta de segundo orden**

**import numpy as np**

**def rk2(f,x,y,h,m):**

**u=np.zeros([m,2],float)**

**for i in range(m):**

**k1=h\*f(x,y)**

**k2=h\*f(x+h,y+k1)**

**y=y+0.5\*(k1+k2)**

**x=x+h**

**u[i,0]=x**

**u[i,1]=y**

**return u**

**Instrumentación computacional de la fórmula de Runge-Kutta de cuarto orden**

**import numpy as np**

**def rk4(f,x,y,h,m):**

**u=np.zeros([m,2],dtype=float)**

**for i in range(m):**

**k1=h\*f(x,y)**

**k2=h\*f(x+h/2,y+k1/2)**

**k3=h\*f(x+h/2,y+k2/2)**

**k4=h\*f(x+h,y+k3)**

**y=y+1/6\*(k1+2\*k2+2\*k3+k4)**

**x=x+h**

**u[i,0]=x**

**u[i,1]=y**

**return u**

**Instrumentación computacional de la fórmula de Runge-Kutta de segundo orden para resolver sistemas de E. D. O. de primer orden**

**#Runge-Kutta de segundo orden para n EDO-condiciones en el inicio**

**import sympy as sp**

**import numpy as np**

**def rk2n(F,V,U,h,m):**

**nF=len(F)**

**nV=len(V)**

**K1=np.zeros([nF],dtype=sp.Symbol)**

**K2=np.zeros([nF],dtype=sp.Symbol)**

**rs=np.zeros([m,nV],dtype=float)**

**T=list(np.copy(U))**

**for p in range(m):**

**for i in range(nF):**

**K1[i]=F[i]**

**K2[i]=F[i]**

**for i in range(nF):**

**for j in range(nV):**

**K1[i]=K1[i].subs(V[j],float(T[j]))**

**K1[i]=h\*K1[i]**

**for i in range(nF):**

**K2[i]=K2[i].subs(V[0],float(T[0])+h)**

**for j in range(1,nV):**

**K2[i]=K2[i].subs(V[j],float(T[j])+K1[j-1])**

**K2[i]=h\*K2[i]**

**T[0]=T[0]+h**

**rs[p,0]=T[0]**

**for i in range(nF):**

**T[i+1]=T[i+1]+0.5\*(K1[i]+K2[i])**

**rs[p,i+1]=T[i+1]**

**return rs**

**Instrumentación computacional de la fórmula de Runge-Kutta de cuarto orden para resolver sistemas de E. D. O. de primer orden**

**#Runge Kutta de cuarto orden para n EDO's**

**import sympy as sp**

**import numpy as np**

**def rk4n(F,V,U,h,m):**

**nF=len(F)**

**nV=len(V)**

**K1=np.zeros([nF],dtype=sp.Symbol)**

**K2=np.zeros([nF],dtype=sp.Symbol)**

**K3=np.zeros([nF],dtype=sp.Symbol)**

**K4=np.zeros([nF],dtype=sp.Symbol)**

**rs=np.zeros([m,nV],dtype=float)**

**T=list(np.copy(U))**

**for p in range(m):**

**for i in range(nF):**

**K1[i]=F[i]**

**K2[i]=F[i]**

**K3[i]=F[i]**

**K4[i]=F[i]**

**for i in range(nF):**

**for j in range(nV):**

**K1[i]=K1[i].subs(V[j],float(T[j]))**

**K1[i]=h\*K1[i]**

**for i in range(nF):**

**K2[i]=K2[i].subs(V[0],float(T[0])+h/2)**

**for j in range(1,nV):**

**K2[i]=K2[i].subs(V[j],float(T[j])+K1[j-1]/2)**

**K2[i]=h\*K2[i]**

**for i in range(nF):**

**K3[i]=K3[i].subs(V[0],float(T[0])+h/2)**

**for j in range(1,nV):**

**K3[i]=K3[i].subs(V[j],float(T[j])+K2[j-1]/2)**

**K3[i]=h\*K3[i]**

**for i in range(nF):**

**K4[i]=K4[i].subs(V[0],float(T[0])+h)**

**for j in range(1,nV):**

**K4[i]=K4[i].subs(V[j],float(T[j])+K3[j-1])**

**K4[i]=h\*K4[i]**

**T[0]=T[0]+h**

**rs[p,0]=T[0]**

**for i in range(nF):**

**T[i+1]=T[i+1]+1/6\*(K1[i]+2\*K2[i]+2\*K3[i]+K4[i])**

**rs[p,i+1]=T[i+1]**

**return rs**

**Instrumentación computacional del método de diferencias finitas para una EDO**

**from tridiagonal import \***

**import numpy as np**

**def edodif(P,Q,R,S,x0,y0,xn,yn,n):**

**h=(xn-x0)/n**

**a=[];b=[];c=[];d=[]**

**u=np.zeros([n-1,2],float)**

**for i in range(0,n-1):**

**x=x0+h\*i**

**a=a+[P(x,h)]** #diagonales del sistema tridiagonal

**b=b+[Q(x,h)]**

**c=c+[R(x,h)]**

**d=d+[S(x,h)]** #constantes del sistema tridiagonal

**u[i,0]=x**

**d[0]=d[0]-a[0]\*y0** #corrección para la primera ecuación

**d[n-2]=d[n-2]-c[n-2]\*yn** #corrección para la última ecuación

**u[:,1]=tridiagonal(a,b,c,d)**

**return u**

**Instrumentación computacional del método de diferencias finitas con derivadas en los bordes**

**from tridiagonal import \***

**import numpy as np**

**def edodifdi(P,Q,R,S,x0,dy0,xn,yn,n):**

**h=(xn-x0)/n**

**a=[];b=[];c=[];d=[]**

**u=np.zeros([n,2],float)**

**for i in range(0,n):**

**x=x0+h\*i**

**a=a+[P(x,h)]**

**b=b+[Q(x,h)]**

**c=c+[R(x,h)]**

**d=d+[S(x,h)]**

**u[i,0]=x**

**x=h**

**c[0]=P(x,h)+R(x,h)**

**d[0]=S(x,h)+P(x,h)\*2\*h\*dy0**

**d[n-1]=d[n-1]-c[n-1]\*yn**

**u[:,1]=tridiagonal(a,b,c,d)**

**return u**

**10.2.3 Instrumentación computacional del método explícito de diferencias finitas para una E.D.P. de tipo parabólico**

**# Método explícito de diferencias finitas para una EDP parabólica**

**# U(i,j+1)=(P)U(i-1,j) + (Q)U(i,j) + (R)U(i+1,j)**

**def edpdif(P,Q,R,U,m):**

**u=[U[0]]**

**for i in range(1,m):**

**u=u+[P\*U[i-1]+Q\*U[i]+R\*U[i+1]]** # Cálculo de puntos

**u=u+[U[m]]**

**return u**

**import pylab as pl**

**m=10** # Número de puntos en x

**n=100** # Número de niveles en t

**Ta=60; Tb=40** # Condiciones en los bordes

**To=25** # Condición en el inicio

**dx=0.1; dt=0.01** # incrementos

**L=1** # longitud

**k=4** # dato especificado

**U=[Ta]** # Asignación inicial

**for i in range(1,m):**

**U=U+[To]**

**U=U+[Tb]**

**lamb=dt/(k\*dx\*\*2)** #Parámetro lambda

**P=lamb**

**Q=1-2\*lamb**

**R=lamb**

**pl.title('Curvas de distribución térmica');**

**pl.xlabel('X (distancia)');**

**pl.ylabel('U (temperatura)')**

**x=[0]**

**for i in range(1,m+1):**

**x=x+[i\*dx]** # Coordenadas para el gráfico

**pl.plot(x,U,'or')** # Distribución inicial

**for j in range(n):**

**U=edpdif(P,Q,R,U,m)**

**if j%10==0:**

**pl.plot(x,U,'-r');** # curvas cada 10 niveles de t

**pl.plot(x,U,'.r')** # puntos

**pl.grid(True)**

**pl.show()**

**10.2.5 Instrumentación computacional del método implícito para una E.D.P. de tipo**

**parabólico**

# Método implícito de diferencias finitas para una EDP parabólica

**# (P)U(i-1,j) + (Q)U(i,j) + (R)U(i+1,j) = -U(i,j-1)**

**from tridiagonal import\***

**def edpdifpi(P, Q, R, U, m):**

# Método de Diferencias Finitas Implícito

**a=[];b=[];c=[];d=[]**

**for i in range(m-2):**

**a=a+[P]**

**b=b+[Q]**

**c=c+[R]**

**d=d+[-U[i+1]]**

**d[0]=d[0]-a[0]\*U[0]**

**d[m-3]=d[m-3]-c[m-3]\*U[m-1]**

**u=tridiagonal(a,b,c,d)**

**U=[U[0]]+u+[U[m-1]]**

**return U**

**import pylab as pl**

**m=11** # Número ecuaciones: m-1

**n=100** # Número de niveles en t

**Ta=60; Tb=40** # Condiciones en los bordes

**To=25** # Condición en el inicio

**dx=0.1; dt=0.01** # incrementos

**L=1**  # longitud

**k=4** # dato especificado

**U=[Ta]** # Asignación inicial

**for i in range(1,m-1):**

**U=U+[To]**

**U=U+[Tb]**

**lamb=dt/(k\*dx\*\*2)**

**P=lamb**

**Q=-1-2\*lamb**

**R=lamb**

**pl.title('Curvas de distribución térmica');**

**pl.xlabel('X (distancia)');**

**pl.ylabel('U (temperatura)')**

**x=[]**

**for i in range(m):**

**x=x+[i\*dx] # Coordenadas para el gráfico**

**pl.plot(x,U,'or') # Distribución inicial**

**for j in range(n):**

**U=edpdifpi(P,Q,R,U,m)**

**if j%10==0:**

**pl.plot(x,U,'-r'); # curvas cada 5 niveles de t**

**pl.plot(x,U,'.r')**

**pl.grid(True)**

**pl.show()**

**10.2.8 Instrumentación computacional para una E.D.P. con derivadas en los bordes**

# Solución de una EDP con una derivada en un borde

**from tridiagonal import\***

**def edpdifpid(P,Q,R,U,der0,dx,m):**

**# Método de Diferencias Finitas Implícito**

**a=[];b=[];c=[];d=[]**

**for i in range(m-1):**

**a=a+[P]**

**b=b+[Q]**

**c=c+[R]**

**d=d+[-U[i+1]]**

**c[0]=P+R;**

**d[0]=d[0]+2\*dx\*P\*der0**

**d[m-2]=d[m-2]-c[m-2]\*U[m-1]**

**u=tridiagonal(a,b,c,d)**

**U=u+[U[m-1]]**

**return U**

**import pylab as pl**

**m=11** # Número ecuaciones: m-1

**n=50** # Número de niveles en t

**der0=-5** # Derivada en el borde izquierdo

**Tb=60** # Condiciones en los bordes

**To=40** # Condición en el inicio

**dx=0.1** # incrementos

**dt=0.1**

**L=1** # longitud

**k=4** # dato especificado

**U=[]** # Asignación inicial

**for i in range(m-1):**

**U=U+[To]**

**U=U+[Tb]**

**lamb=dt/(k\*dx\*\*2)**

**P=lamb**

**Q=-1-2\*lamb**

**R=lamb**

**pl.title('Curvas de distribución térmica');**

**pl.xlabel('X (distancia)');**

**pl.ylabel('U (temperatura)')**

**x=[]**

**for i in range(m):**

**x=x+[i\*dx]** # Coordenadas para el gráfico

**pl.plot(x,U,'or')** # Distribución inicial

**for j in range(n):**

**U=edpdifpid(P,Q,R,U,der0,dx,m)**

**pl.plot(x,U,'-r');** # curvas cada 5 niveles de t

**pl.plot(x,U,'.r')**

**pl.grid(True)**

**pl.show()**

**10.3.2 Instrumentación computacional para una E.D.P. de tipo elíptico**

# Programa para resolver una EDP Elíptica

# con condiciones constantes en los bordes

**from numpy import\***

**Ta=60;Tb=60;Tc=50;Td=70** #Bordes izquierdo, derecho, abajo, arriba

**n=10** #Puntos interiores en dirección hor. (X)

**m=10** #Puntos interiores en dirección vert.(Y)

**miter=100** #Máximo de iteraciones

**e=0.001** #Error de truncamiento relativo 0.1%

**u=zeros([n+2,m+2],float)**

**for i in range(n+2):**

**u[i,0]=Tc**

**u[i,m+1]=Td**

**for j in range(m+2):**

**u[0,j]=Ta**

**u[n+1,j]=Tb**

**p=0.25\*(Ta+Tb+Tc+Td)** # valor inicial interior promedio

**for i in range(1,n-1):**

**for j in range(1,m-1):**

**u[i,j]=p**

**k=0** # conteo de iteraciones

**converge=False** # señal de convergencia

**while k<miter and not converge:**

**k=k+1**

**t=u.copy()**

**for i in range(1,n+1):**

**for j in range(1,m+1):**

**u[i,j]=0.25\*(u[i-1,j]+u[i+1,j]+u[i,j+1]+u[i,j-1])**

**if linalg.norm((u-t),inf)/linalg.norm(u,inf)<e:**

**converge=True**

**if converge:**

**for i in range(n+2):** # Malla con la solución final

**print([float('%5.2f' % (u[i,j])) for j in range(m+2)])**

**print('Conteo de iteraciones: ',k)** # Conteo de iteraciones

**import pylab as pl**

**from mpl\_toolkits.mplot3d import Axes3D** # Gráfico 3D

**fig=pl.figure()**

**ax=Axes3D(fig)**

**x=pl.arange(0,1.2,0.1)**

**y=pl.arange(0,1.2,0.1)**

**X,Y=pl.meshgrid(x,y)**

**ax.plot\_surface(X,Y,u,rstride=1,cstride=1,cmap='hot')**

**pl.show()**

**else:**

**print('No converge')**

**10.4.2 Instrumentación computacional para una E.D.P. de tipo hiperbólico**

**# Método de Diferencias Finitas explícito: EDP Hiperbólica**

**from numpy import\***

**import pylab as pl**

**m=11 # Número de puntos en x**

**n=10 # Número de niveles en t**

**c=2 # dato especificado**

**L=1 # longitud**

**dx=L/(m-1) # incremento**

**dt=sqrt(dx\*\*2/c\*\*2) # para cumplir la condición**

**U0=zeros([m]) # Extremos fijos**

**x=0**

**for i in range(1,m-1): # Nivel inicial**

**x=x+dx**

**if x<L/2:**

**U0[i]=-0.5\*x # Expresión para el desplazamiento**

**else:**

**U0[i]= 0.5\*(x-1)**

**U1=[U0[0]] # Primer nivel**

**for i in range (1,m-1):**

**U1=U1 + [0.5\*(U0[i-1]+U0[i+1])]**

**U1=U1+[U0[m-1]]**

**for j in range(1,n+1): # Siguientes niveles**

**Uj=[U1[0]]**

**for i in range(1,m-1):**

**Uj=Uj + [U1[i+1]+U1[i-1]-U0[i]]**

**Uj=Uj + [U1[m-1]]**

**U0=U1 # Actualizar niveles anteriores**

**U1=Uj**

**# Mostrar la solución en cada nivel**

**print('%4d'%j,[float('%5.2f' % (Uj[j])) for j in range(m)])**

**# Mostrar el gráfico de la solución en el último nivel**

**x=[]**

**for i in range(m):**

**x=x+[i\*dx] # Coordenadas para el gráfico**

**pl.grid(True)**

**pl.plot(x,Uj,'or') # Graficar puntos y cuerda**

**pl.plot(x,Uj,'-r')**

**pl.show()**

**10.4.3 Instrumentación computacional con animación para una E.D.P. de tipo**

**Hiperbólico**

**# Método de Diferencias Finitas explícito: EDP Hiperbólica**

**# Programa para animación de la figura**

**global m,c,L,dx,dt**

**m=51 # Número de puntos en x**

**c=2 # dato especificado**

**L=1 # longitud**

**dx=L/(m-1) # incremento**

**dt=(dx\*\*2/c\*\*2)\*\*0.5 # para cumplir la condición**

**import numpy as np**

**import matplotlib.pyplot as plt**

**from matplotlib import animation**

**def posicion\_inicial():**

**global U0,U1**

**U0=np.zeros([m]) # Extremos fijos**

**x=0**

**for i in range(1,m-1): # Nivel inicial**

**x=x+dx**

**if x<L/2:**

**U0[i]=-0.5\*x # Expresión para el desplazamiento**

**else:**

**U0[i]= 0.5\*(x-1)**

**U1=[U0[0]] # Primer nivel**

**for i in range (1,m-1):**

**U1=U1 + [0.5\*(U0[i-1]+U0[i+1])]**

**U1=U1+[U0[m-1]]**

**# Definir la figura, ejes, y elemento que se va a animar**

**fig = plt.figure()**

**ax = plt.axes(xlim=(0,1), ylim=(-1,1))**

**linea, = ax.plot([], [], lw=2)**

**# Iniciar la función de animación**

**def inicio():**

**linea.set\_data([], [])**

**return linea,**

**# Función con los datos de animación. Es llamada secuencialmente**

**def animar(j):**

**global U0,U1**

**Uj=[U1[0]]**

**for i in range(1,m-1):**

**Uj=Uj + [U1[i+1]+U1[i-1]-U0[i]] # Posición actual de la cuerda**

**Uj=Uj + [U1[m-1]]**

**U0=U1 # Actualizar niveles anteriores**

**U1=Uj**

**x=np.arange(0,1+dx,dx)**

**y=Uj # Coordenadas para el gráfico**

**linea.set\_data(x, y)**

**return linea,**

**posicion\_inicial()**

**# Animación. blit=True para redibujar solo las partes que han cambiado**

**anim = animation.FuncAnimation(fig, animar, init\_func=inicio,**

**frames=100, interval=20, blit=True)**

**plt.show()**